

Международная конференция по механике и баллистике
«VIII Окуневские чтения»
25-28 июня 2013, Санкт-Петербург

Обзор вариационных (экстремальных) принципов в различных областях физики

Терехович Владислав Эрикович

Санкт-Петербургский государственный университет
Философский факультет
кафедра философии науки и техники

Основные идеи:

1. **Большая часть физики** описывается через вариационные или экстремальные принципы для соответствующих граничных условий.
2. Большинство этих принципов связано друг с другом математически и через **аналогию механических, оптических и волновых явлений**.
3. Часть этих принципов можно связать с **квантовой механикой**.

Зачем это нужно механикам?

Представления об универсальности вариационных принципов может быть полезно в процессе обучения студентов.

Ученые об экстремальных принципах:

- **М. Планк:** принцип наименьшего действия - высший физический закон, господствующий над всеми обратимыми явлениями физики, более универсальный, чем принцип сохранения энергии
- **А. Эддингтон:** принцип наименьшего действия и второй закон термодинамики - два великих обобщения науки
- **Р. Фейнман:** фундаментальная связь между законами симметрии и сохранения (теорема Э. Нетер) покоится на принципе минимума действия, который вытекает из законов квантовой механики
- **А. Эйнштейн:** всю общую теорию относительности можно разработать на основе одного вариационного принципа
- **К. Ланцош:** в научных трактатах не следует избегать философских дискуссий о роли вариационных принципов механики

Как экстремальные принципы связаны друг с другом?

Как эти принципы связаны с другими законами физики?

Общая форма вариационных принципов (интегральных):

- (1) **Действительное** движение (состояние) системы отличается от **всех возможных** при данных граничных условиях тем, что вариация **функционала** (действия), характеризующего систему в целом, равна нулю.
- (2) Функционал (действие) **стационарен** и принимает **экстремальное значение**.
- (3) Функционал (действие) вычисляется как **интеграл** от функции состояния системы (лагранжиана) – **по времени, координате, объему или пространству-времени**.

$$(1) \delta S = 0, \quad (2) S = \min \text{ (max)}, \quad (3) S = \int L dt \quad (ds, dV, d\Omega)$$

На чем основана общая форма вариационных принципов:

а) на удобстве расчетов или б) на общей природе явлений?

Оптико-механическая аналогия:

Принцип наименьшего действия

Действие (масса \times скорость \times координата) = \min

$$\delta \text{ Действия} = 0$$

Принцип Ферма

Время луча света = \min

$$\delta \text{ Времени} = 0$$

Почему тела и свет ведут себя одинаково?

Почему природа «экономит» именно действие (энергия \times время)?

Механические аналоги принципа Ферма:

Принцип Мопертюи

Действие (интеграл по траектории) = \min

Принцип Гамильтона

Действие (интеграл по времени) = \min

Принцип Якоби

Действие (интеграл по геодезической траектории) = \min

Принцип Герца

Кривизна траектории = \min

Вариационные принципы механики

Принцип Даламбера-Лагранжа

$$\text{Работа} = 0$$

Сумма активных сил и сил инерции \times
 δ Перемещения = 0

Принцип Гаусса

$$\text{Принуждение} = \min$$

Сумма активных сил и сил инерции \times
 δ Ускорения = 0

Можно ли распространить оптико-механическую аналогию на поле путем замены лагранжиана на его плотность?

Вариационные принципы поля

ПНД э/магнитного поля

Действие поля (интеграл по объему или по 4-мерному пространству-времени) = **min**

$$\delta \text{ Действия} = 0$$



ПНД заряда в э/м поле

Действие поля + Действие заряда + Действие взаим. заряда и поля = **min**

$$\delta \text{ Суммы Действий} = 0$$

ПНД гравитационного поля

Действие поля (интеграл по объему или по 4-мерному пространству-времени) = **min**

$$\delta \text{ Действия} = 0$$



ПНД частицы в грав. поле

Действие поля + Действие частицы + Действие взаим. частицы и поля = **min**

$$\delta \text{ Суммы Действий} = 0$$

Экстремальные принципы квантовой механики

Принцип Ферма
движение лучей света

Принцип Гамильтона
движение тел

Принцип Гюйгенса
движение волн

*Л. Де Бройль,
Э. Шредингер*

*П. Дирак,
Р. Фейнман*

АНАЛОГИЯ

Волновая квантовая механика

Действие квантового поля
(интеграл по объему или по 4-мерному пространству-времени) = **min**

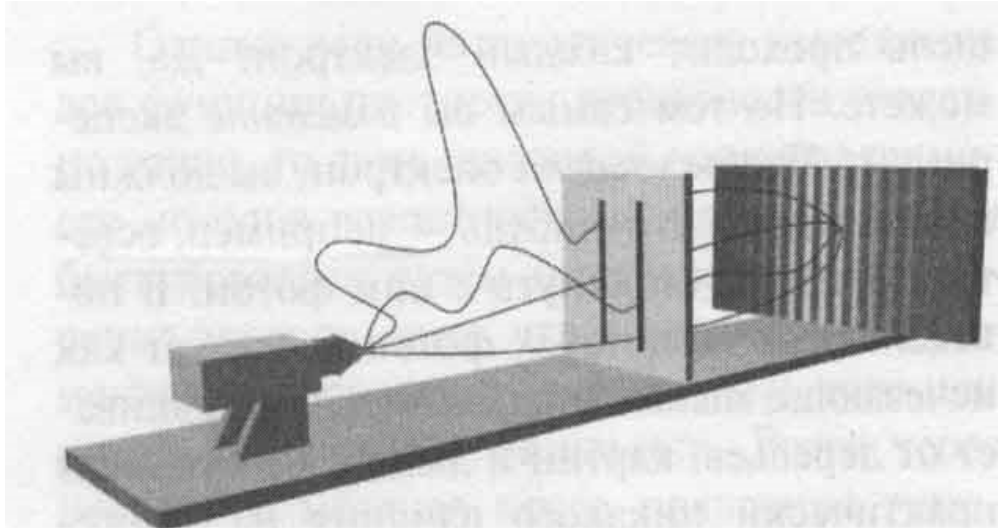
«Интегралы по траекториям»

Квадрат амплитуды вероятности (суммы по всем возможным траекториям) = **max**

$$p = |K|^2 = \max$$

$$K(b, a) = \sum_{\substack{\text{по всем} \\ \text{возможным} \\ \text{переходам} \\ \text{из } a \text{ в } b}} \varphi, \quad \varphi = \text{const} \cdot e^{iS/\hbar}$$

«Интегралы по траекториям» Р. Фейнмана



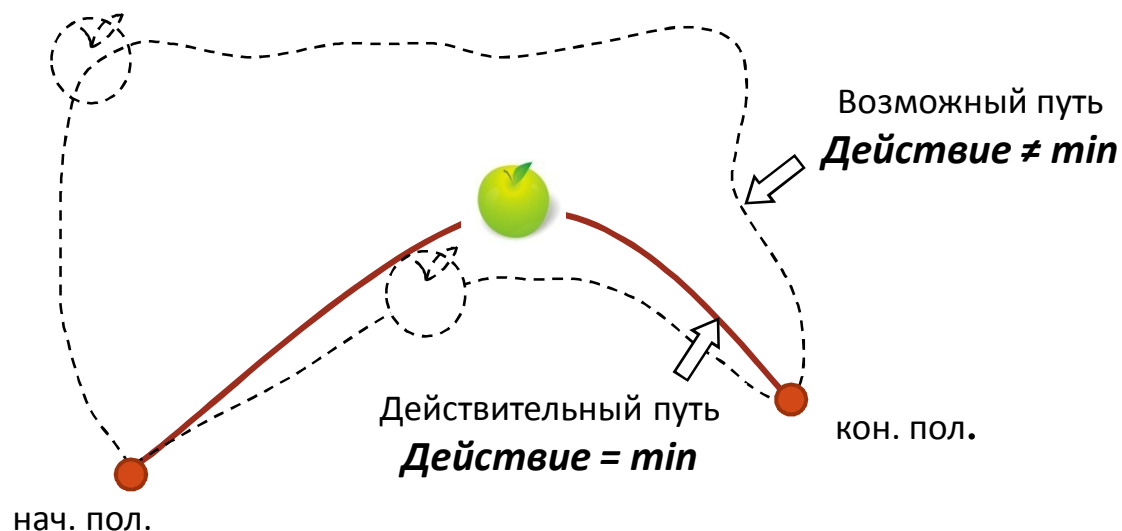
ОПЫТ С ДВУМЯ ЩЕЛЯМИ:

- А) частица как волна проходит **сразу** через обе щели (Гюйгенс)
- Б) частица движется **сразу по всем возможным** (виртуальным) путям, причем каждому пути соответствует своя **фаза** – квантовое действие (Фейнман)

- Истинный путь частицы – результат **суммирования** (интерференции) фаз всех возможных путей
- **Фаза-действие истинного пути = min**, а его **вероятность = max**. Остальные пути – существуют, но гасят друг друга и не наблюдаются
- Каждый фотон **одновременно «слетал» не только** в обе щели, но и на Луну

«Интегралы по траекториям» классического тела

Луна



МОЖНО ПРЕДСТАВИТЬ, ЧТО:

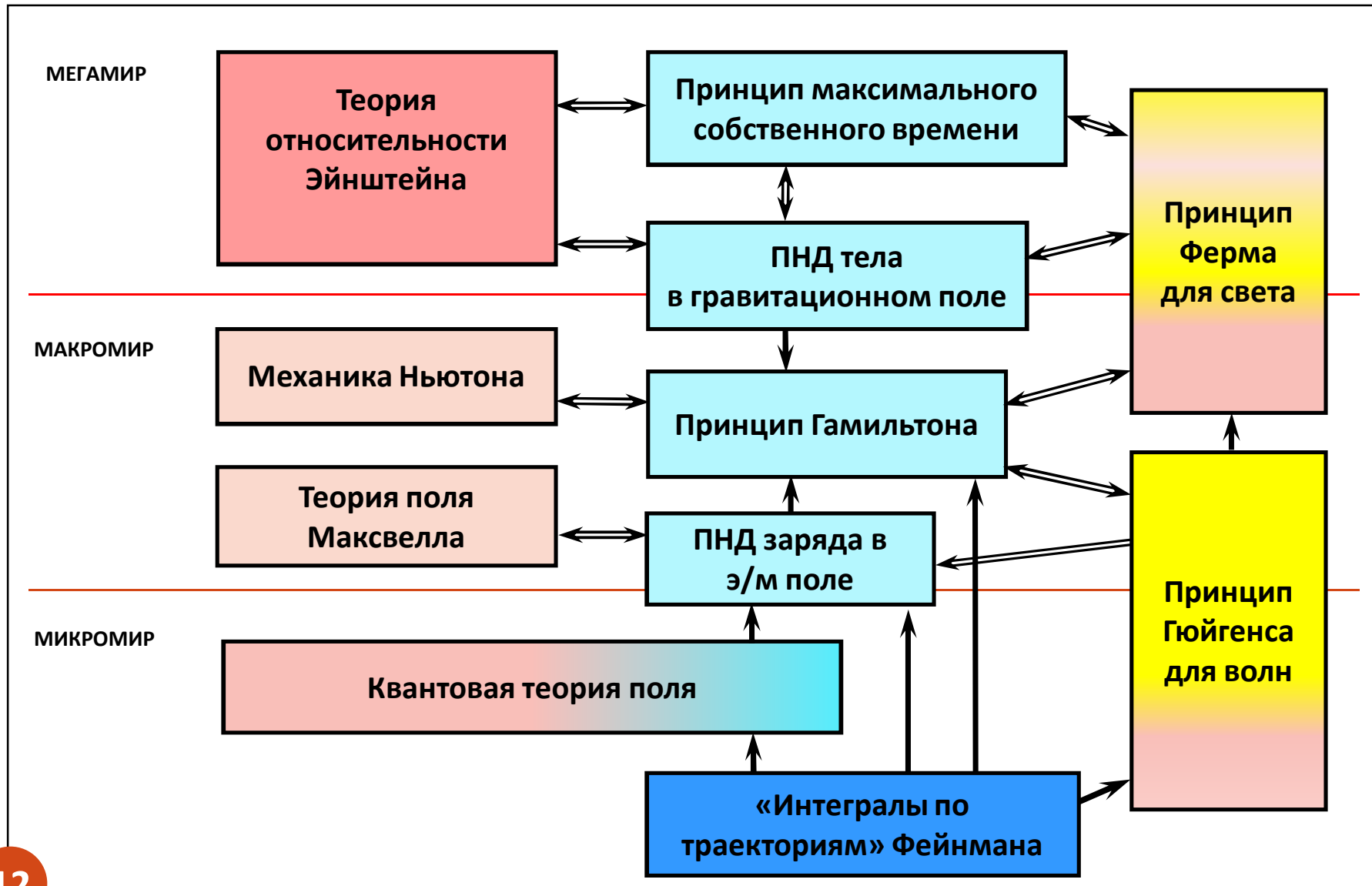
классическое тело ведет себя как **фотон** – летит **сразу** по всем возможным путям

истинный путь тела = **сумма всех возможных путей** (фаз-действий)

Действительная траектория классического тела может быть рассчитана:

- через **действие сил тяготения и инерции** (классическая механика)
- через действие потенциалов полей (теория поля)
- через **геодезические в искривленном пространстве-времени** (ОТО)
- через **минимизацию действия** (принцип Гамильтона)

Связи вариационных принципов (центральная колонка) с другими принципами движения



Основные выводы:

1. **Большая часть физики** может быть описана через вариационные или экстремальные принципы для соответствующих граничных условий.
2. Большинство этих принципов связано друг с другом **математически** и через **аналогию** механических, оптических и волновых явлений. Большинство из них могут быть **получены друг через друга** при разных допущениях.
3. Есть основания предполагать, что эти принципы являются предельными случаями квантового метода **«интегралов по траекториям»** и могут быть **обобщены в принцип максимальной вероятности**.

Зачем это нужно механикам?

Представления об универсальности вариационных принципов может быть полезно в процессе обучения студентов

Полезные ссылки:

- *Вариационные принципы механики* / Под ред. Л.С. Полака. М., 1959.
- *Полак Л.С. Вариационные принципы механики: Их развитие и применение в физике.* М. 2010.
- *Фейнман Р. Характер физических законов.* М., 1987.
- *Фейнмановские лекции по физике.* Вып. 3, 6. М., 2004.
- На сайте www.eftaylor.com Э. Тейлор (проф. кафедры физики MIT, ред. "American Journal of Physics") собрал статьи и книги о связи принципа наименьшего действия, «интегралов по траекториям» Р.Фейнмана, уравнений классической механики и ТО
- На том же сайте можно скачать [программы для демонстрации](#) студентам механизма работы вариационных принципов
- Диссертация *В. Тереховича* «Философско-методологические проблемы принципа наименьшего действия» - www.vtpapers.ru

«Действие» – ключ ко всей физике!

СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ

v.terekhovich@gmail.com

подробности здесь: www.vtppapers.ru